

振動ポアズイユ流の遷移解析

岡山大学大学院自然科学研究科
産業創成工学専攻
流体力学
柳瀬 眞一郎

背景

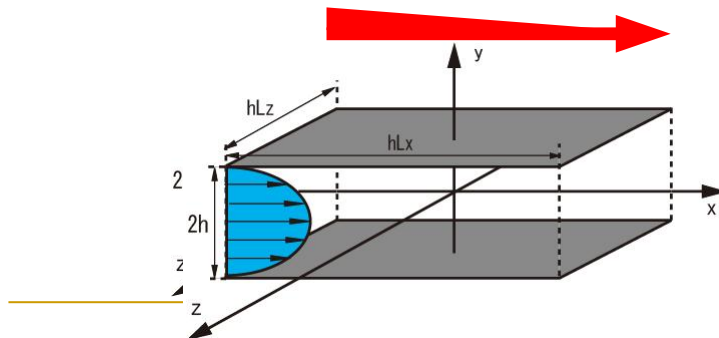
- エンジンからの排気ガス
- ポンプで輸送される流れ
- 血液の流れ など

➡ 脈動を伴った流れであり、
脈動流の解析は重要

過去の研究

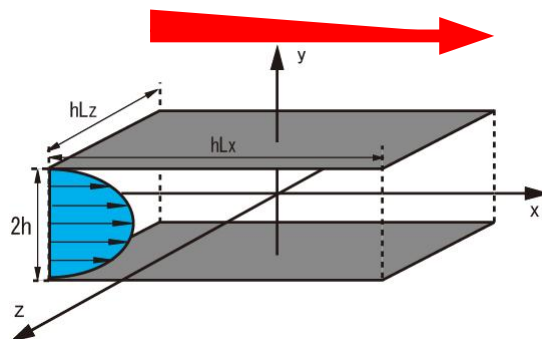
- DNSによる高レイノルズ数領域での脈動流の解析
- 線形安定性理論による臨界レイノルズ数の解析

➡ 圧力勾配の方向が逆転しない脈動流の解析はあまりされていない



8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

目的



本研究の目的

- 圧力勾配の方向が逆転しない脈動流に関して
1. 脈動の強さが臨界レイノルズ数に与える影響の調査
 2. 壁面抵抗と渦管およびストリーク構造の関係の調査

計算モデル

基本流 $U(y) = 1 - y^2$
x軸方向z軸方向は周期境界条件
 $Lx = 2\pi$
 $Lz = \pi$

全ての変数を無次元化
平板間距離の半値 h
基本流の最大流速 U_0
動粘性係数 ν

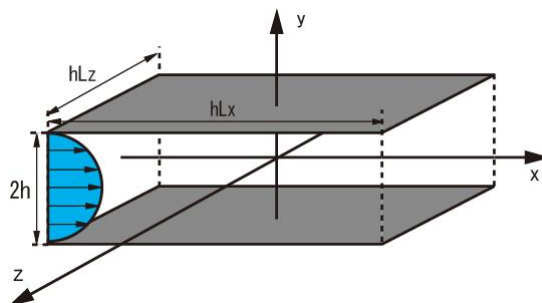


図1. 計算モデル

8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

基礎方程式

連続の式とNavier-Stokes方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \omega) + \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega$$

$$\frac{\partial \nabla^2 \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla \times \{ \nabla \times (\mathbf{u} \times \omega) \} + \frac{1}{Re} \nabla^4 \mathbf{u}$$

$$Re = \frac{hU_0}{\nu}$$

フーリエ級数展開

$$u_y = \sum_{m=1-M}^M \sum_{n=1-N}^N u_{ymn} e^{i(m\alpha x_i + n\beta z_k)}$$

$$\omega_y = \sum_{m=1-M}^M \sum_{n=1-N}^N \omega_{ymn} e^{i(m\alpha x_i + n\beta z_k)}$$

$$\omega_{ymn} = \sum_{l=0}^L \omega_{ymnl} T_l(y_j) \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial u_y}{\partial z}$$

$$u_{ymn} = \left(\omega_y, u_y, u_{x00}, u_{z00} \right)$$

$$u_{x00} = \sum_{l=0}^L u_{x00l} T_l(y_j)$$

$$u_{z00} = \sum_{l=0}^L u_{z00l} T_l(y_j)$$

ここで、
 $T_l(y) = \cos(\arccos(y))$
 は、 l 番目のチェビシェフ多項式を表す

時間発展方程式

$$\frac{\partial \omega_y}{\partial t} = H_1 + \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega_y,$$

$$\frac{\partial \nabla^2 u_y}{\partial t} = H_2 + \frac{1}{Re} \nabla^4 u_y,$$

$$\frac{\partial u_{x00}}{\partial t} = H_{300} - \frac{\partial P_{00}}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u_{x00},$$

$$\frac{\partial u_{z00}}{\partial t} = H_{400} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u_{z00}.$$

ただし

$$H_1 = [\nabla \times (\mathbf{u} \times \omega)]_y$$

$$H_2 = -[\nabla \times \{ \nabla \times (\mathbf{u} \times \omega) \}]_y$$

$$H_{300} = (u_y \omega_z - u_z \omega_y)_{00}$$

$$H_{400} = (u_x \omega_y - u_y \omega_x)_{00}$$

$$\frac{\partial P_{00}}{\partial x} = -\frac{2}{Re} \left(1 + A \sin \frac{2\pi t}{T} \right)$$

A: 振幅 T: 振動周期

計算方法

Crank-Nikolson 法
 Adams-Bashforth 法
 FFT により計算

を適用し

初期条件

$\omega_{ymnl}, u_{ymnl}, u_{x00l}, u_{z00l}$
 に乱数から生成される
 $10^{-3}/(|m| |n| |l+1|)$
 以下の初期攪乱を与えた

展開項数および選点

展開項数

$$(M, N, L) = (32, 32, 128)$$

各方向の選点

$$x_i = \frac{i\pi}{\alpha M} \quad (i = -M, -M+1, \dots, M)$$

$$z_k = \frac{k\pi}{\beta N} \quad (k = -N, -N+1, \dots, N)$$

$$y_j = \cos \theta_j \quad \theta_j = \frac{\pi j}{L} \quad (j = 0, 1, \dots, L)$$

臨界レイノルズ数

8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

層流・乱流の判断

12周期分の流速の変化より層流であるか乱流であるかを判断

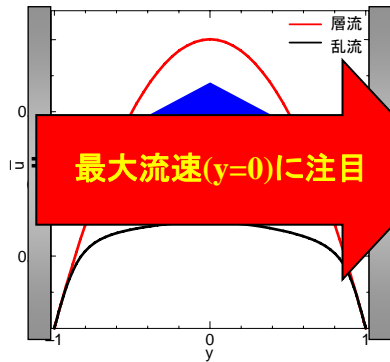


図2. 流れ方向流速分布

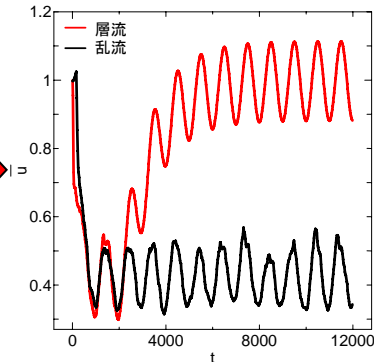


図3. (y=0)における流速の変化

解析条件

$$\frac{\partial P_{\infty}}{\partial x} = -\frac{2}{Re} \left(1 + A \sin \frac{2\pi t}{T} \right)$$

A	0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1
T	1000

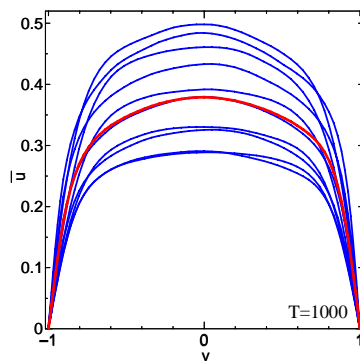
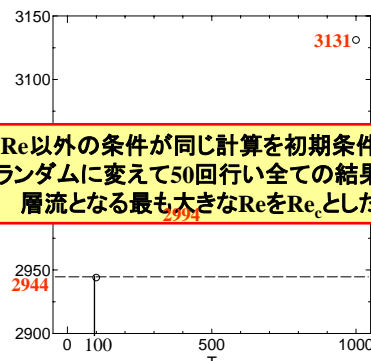


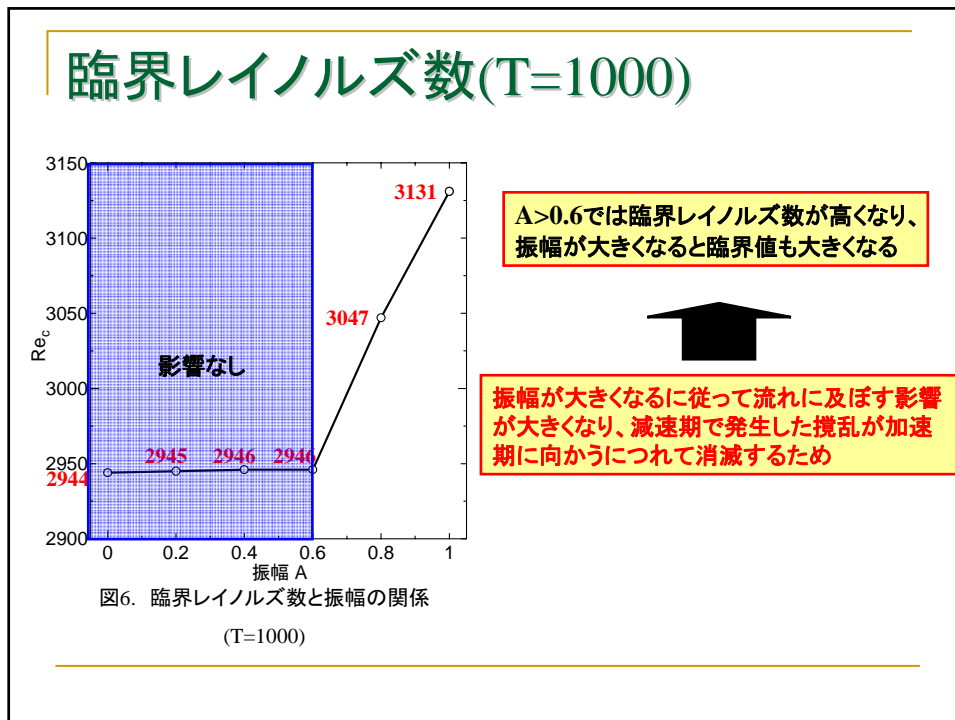
図4. A=1における周期による変化の違い
(Re=4000, A=1, T=100, 500, 1000, ∞)



Re以外の条件が同じ計算を初期条件をランダムに変えて50回行い全ての結果が層流となる最も大きなReをRe_cとした

図5. 周期による臨界レイノルズ数の違い
(A=1, T=100, 500, 1000, ∞)

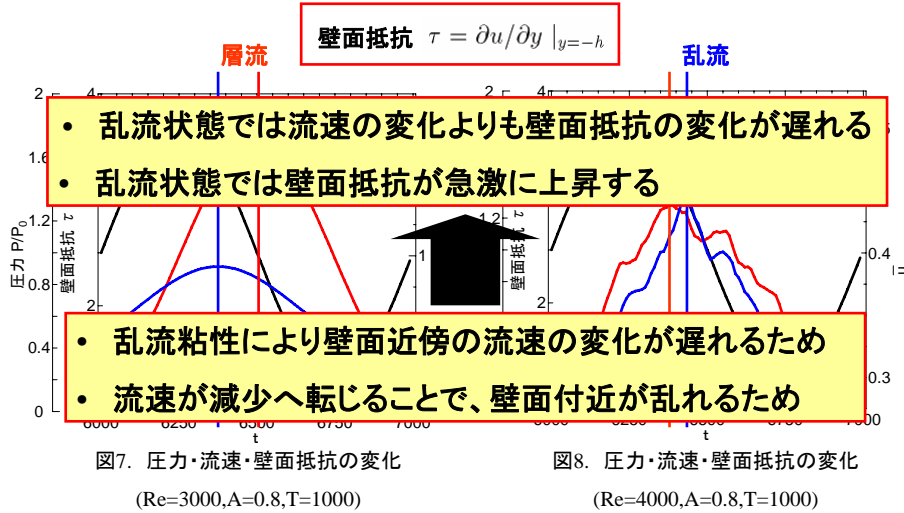
8. 振動ポアズイユ流の遷移過程



流れ場の解析

8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

圧力・流速・壁面抵抗の変化(A=0.8)



渦管およびストリークの可視化方法

■ 渦管

速度勾配の2次不変量 $\nabla u = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$

■ ストリーク構造(壁面付近に高速・低速の流体が集まってできる縞状の構造)

流れ方向速度変動成分 u'

可視化にはそれぞれの等値面を使用

8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

ストリーク構造・渦管の変化(脈動なし)

ダークグレイ: 高速ストリーク
 ライトグレイ: 低速ストリーク
 白: 渦管

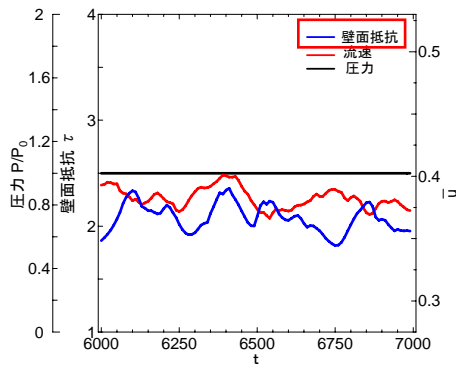


図9. 脈動なし($Re=4000, A=0, T=1000$)

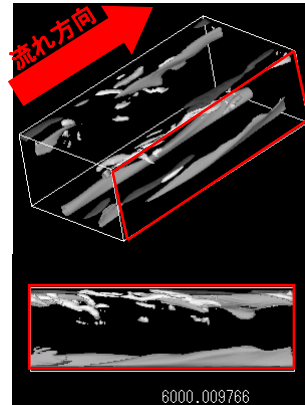


図10. ストリーク構造・渦管の変化
 ($Re=4000, A=0, T=1000$)

ストリーク構造・渦管の変化(脈動あり)

- 壁面抵抗の増加とともに渦管が多数発生し、ストリークも乱れる
- 壁面抵抗の減少とともに渦管は消滅し、ストリークも細く切れ切れになる

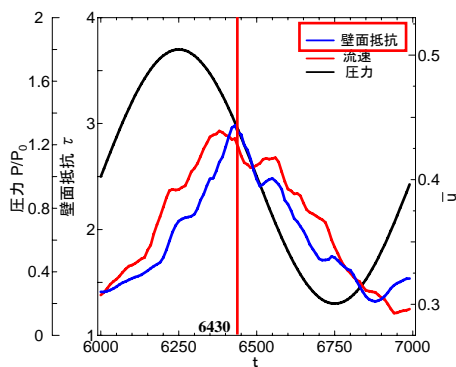


図11. 脈動あり($Re=4000, A=0.8, T=1000$)

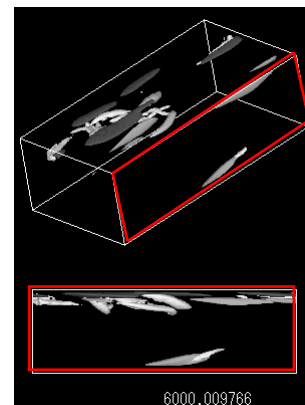


図12. ストリーク構造・渦管の変化
 ($Re=4000, A=0.8, T=1000$)

8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

流速分布の比較

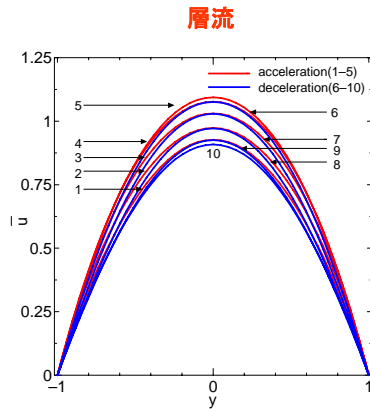


図13. 圧力・流速・壁面抵抗の変化

($Re=3000, A=0.8$)

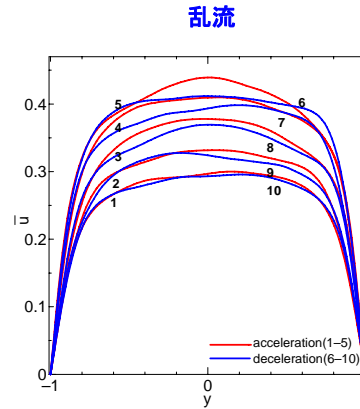


図14. 圧力・流速・壁面抵抗の変化

($Re=4000, A=0.8$)

圧力・流速・壁面抵抗の変化

t=2000~7000の5周期分の平均

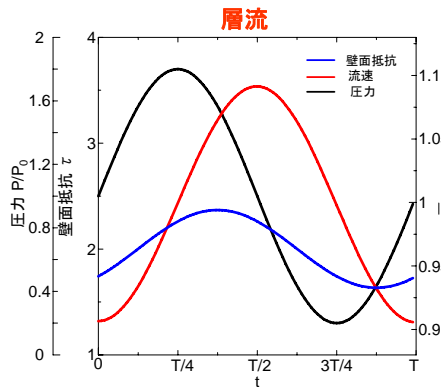


図15. 圧力・流速・壁面抵抗の変化

($Re=3000, A=0.8$)

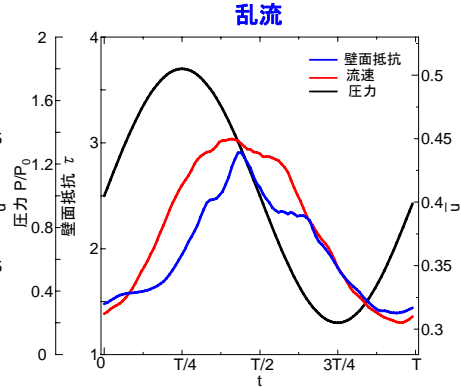


図16. 圧力・流速・壁面抵抗の変化

($Re=4000, A=0.8$)

8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

流速分布の変化(層流)

t=2000~7000の5周期分の平均

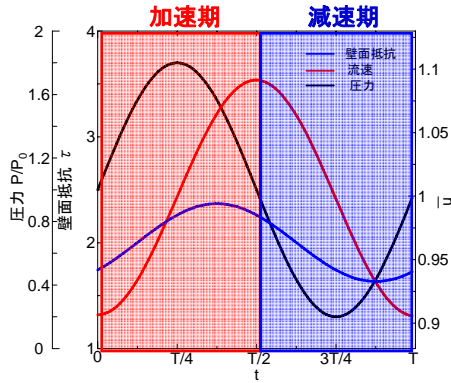


図15. 流速と壁面抵抗の変化(層流)

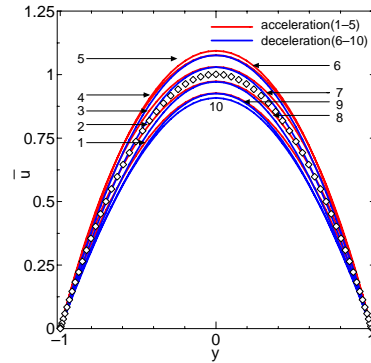


図17. 流速の変化(層流)

流速分布の変化(乱流)

t=2000~7000の5周期分の平均

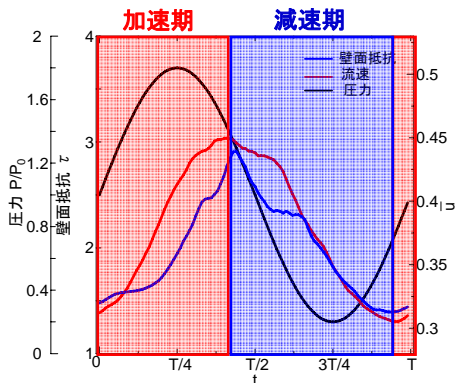


図18. 流速と壁面抵抗の変化(乱流)

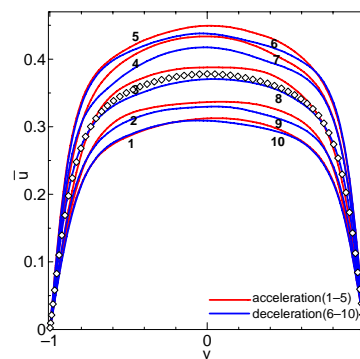


図19. 流速の変化(乱流)

8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

流速と乱流運動エネルギーの変化

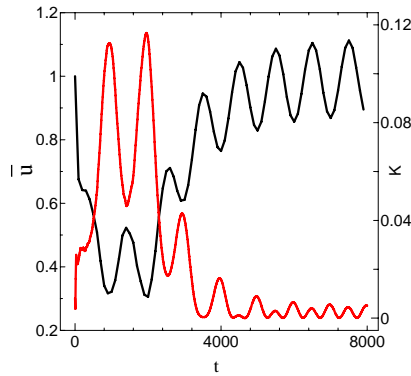


図20. X方向流速の時間変化(層流)

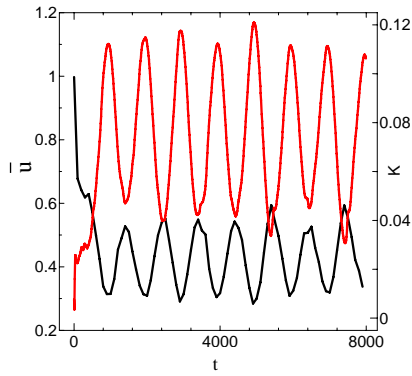
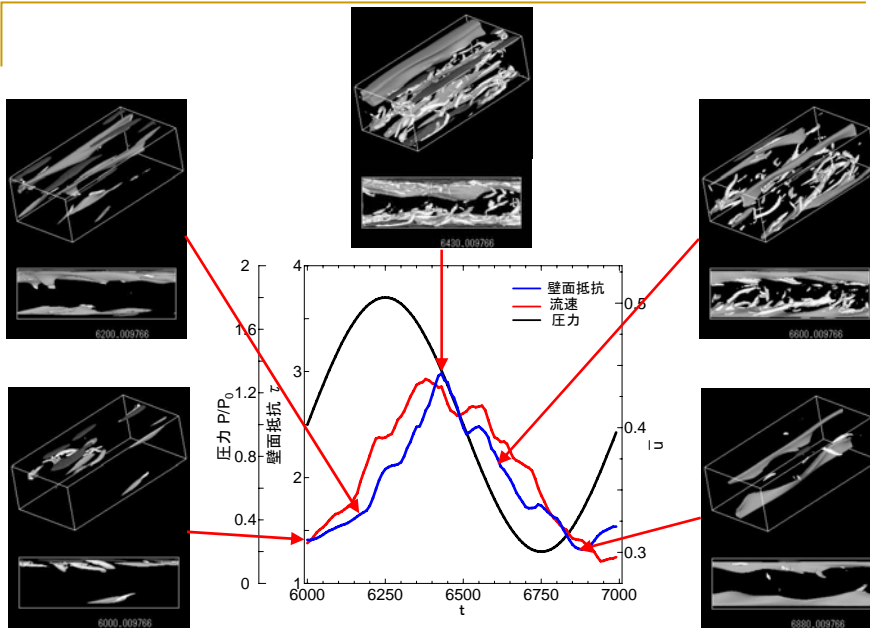


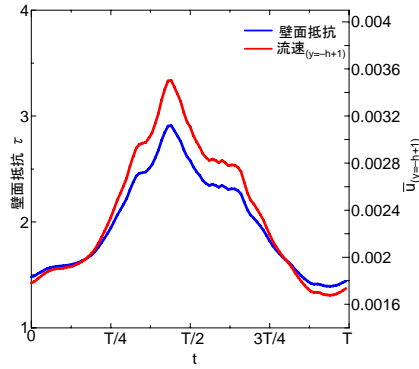
図21. X方向流速の時間変化(乱流)



8. 振動ポアズイユ流の遷移過程

壁面近傍における流速と壁面抵抗

t=2000~7000の5周期分の平均

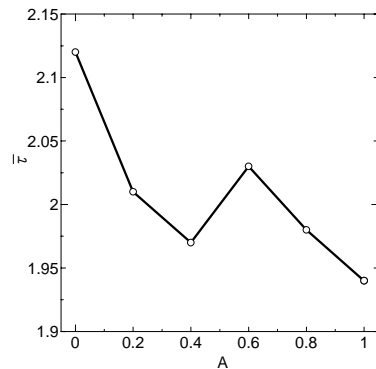


流速と壁面抵抗が
同様の変化を示す

図22. 流速(壁面付近)・壁面抵抗の変化

壁面抵抗の平均値

t=2000~7000の5周期分の平均



脈動により周期性がもた
らされることで壁面抵抗
の平均値も減少する

図22. 壁面抵抗と振幅の関係

結論

- $A > 0.6$ の範囲で振幅が大きくなるにつれて臨界レイノルズ数が高くなる
- 層流状態では壁面抵抗が流速の変化よりも早く変化するのに対し、乱流状態では壁面抵抗の変化が流速の変化よりも遅い
- 壁面抵抗の増加にともなって渦管がたくさん発生し、ストリークも乱れた構造となる。壁面抵抗が減少すると渦管が消滅し、ストリークも細く切れ切れになる

ご静聴ありがとうございました